

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 5 februarie 2022, Clasa a XI-a

11.1. Aflați limitele a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{\ln(2x^2+3x^3)}} = ?$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(2x^2+3x^3)}} = ?$

11.2. Fie tetraedrul $A_1A_2A_3A_4$. Să se arate că, dacă $A_1A_2 \perp A_3A_4$ și $A_1A_3 \perp A_2A_4$, atunci și $A_1A_4 \perp A_2A_3$.

11.3. Aflați suma $A = 1 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + 2021 \cdot 4^{2021}$.

11.4. În cubul $ABCD A_1B_1C_1D_1$ pe muchiile A_1D_1 și C_1D_1 se iau punctele M și N respectiv, astfel încât $MD_1 = 2 \cdot A_1M$ și $ND_1 = 2 \cdot C_1N$. Găsiți măsura unghiului dintre planele (AMN) și (BCD) .

11.5. Se știe că numărul x satisfac ambele relații: $\sin x \geq \frac{2}{3}$ și $\sin 3x \geq \frac{22}{27}$. Determinați toate valorile posibile ale expresiei $y = \cos 2x$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES !

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 5 februarie 2022, Clasa a XI-a

11.1. Aflați limitele a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{\ln(2x^2+3x^3)}} = ?$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(2x^2+3x^3)}} = ?$

11.2. Fie tetraedrul $A_1A_2A_3A_4$. Să se arate că, dacă $A_1A_2 \perp A_3A_4$ și $A_1A_3 \perp A_2A_4$, atunci și $A_1A_4 \perp A_2A_3$.

11.3. Aflați suma $A = 1 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + 2021 \cdot 4^{2021}$.

11.4. În cubul $ABCD A_1B_1C_1D_1$ pe muchiile A_1D_1 și C_1D_1 se iau punctele M și N respectiv, astfel încât $MD_1 = 2 \cdot A_1M$ și $ND_1 = 2 \cdot C_1N$. Găsiți măsura unghiului dintre planele (AMN) și (BCD) .

11.5. Se știe că numărul x satisfac ambele relații: $\sin x \geq \frac{2}{3}$ și $\sin 3x \geq \frac{22}{27}$. Determinați toate valorile posibile ale expresiei $y = \cos 2x$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES !