

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 5 февраля 2022 г., VII класс

7.1. Задан треугольник ABC , в котором $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $m(\angle ACB) = 30^\circ$. Точка D принадлежит стороне BC так, что $m(\angle CDA) = 120^\circ$, а $CD = 7$ см. Вычислите периметр треугольника ABD .

7.2. На заводе привезли ёмкость с 300 литрами воды, которые надо разделить на три равные части. Михаил располагает тремя пустыми ёмкостями объёмом в 80, 120 и 180 литров, соответственно, и сосудом неизвестного объёма, с помощью которого можно переливать воду из одной ёмкости в другую. Покажите, как сможет Михаил разделить 300 литров воды на три равные части.

7.3. Определите значение выражения $x^{2021} + (x - y)^{2021} + (z + x)^{2021}$, если известно, что действительные числа x, y и z удовлетворяют соотношению $4x^2 + 9y^2 + z^2 + 8x - 54y - 10z + 110 = 0$.

7.4. Михаела задумала натуральное число. Она вычислила вторую и третью степени этого числа, записав на доске полученные результаты. Рассмотрев внимательно написанные на доске два числа, Михаела заметила, что в их записи были использованы только цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, причём каждая цифра была использована только один раз. Найдите число, которое задумала Михаела.

7.5. Задано натуральное число n . Рассматриваются числа $a = n^2 - n + 1$ и $b = n^2 + n + 3$. Найдите сумму всех четных чисел, расположенных между числами a и b .

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 5 февраля 2022 г., VII класс

7.1. Задан треугольник ABC , в котором $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $m(\angle ACB) = 30^\circ$. Точка D принадлежит стороне BC так, что $m(\angle CDA) = 120^\circ$, а $CD = 7$ см. Вычислите периметр треугольника ABD .

7.2. На заводе привезли ёмкость с 300 литрами воды, которые надо разделить на три равные части. Михаил располагает тремя пустыми ёмкостями объёмом в 80, 120 и 180 литров, соответственно, и сосудом неизвестного объёма, с помощью которого можно переливать воду из одной ёмкости в другую. Покажите, как сможет Михаил разделить 300 литров воды на три равные части.

7.3. Определите значение выражения $x^{2021} + (x - y)^{2021} + (z + x)^{2021}$, если известно, что действительные числа x, y и z удовлетворяют соотношению $4x^2 + 9y^2 + z^2 + 8x - 54y - 10z + 110 = 0$.

7.4. Михаела задумала натуральное число. Она вычислила вторую и третью степени этого числа, записав на доске полученные результаты. Рассмотрев внимательно написанные на доске два числа, Михаела заметила, что в их записи были использованы только цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, причём каждая цифра была использована только один раз. Найдите число, которое задумала Михаела.

7.5. Задано натуральное число n . Рассматриваются числа $a = n^2 - n + 1$ и $b = n^2 + n + 3$. Найдите сумму всех четных чисел, расположенных между числами a и b .

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!