OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 5 februarie 2022, Clasa a IX–a

9.1. Numerele reale a și b satisfac egalitatea $\frac{a^2b^2}{a^4-2b^4}=1$. Aflați toate valorile numerice posibile ale fracției $F=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

9.2. Arătați că nu există numere naturale n și k care verifică relația $k^3=4^n+2^n+1$.

9.3. Aria triunghiului ABC este egală cu S. Pe laturile AB și BC se iau punctele H și E respectiv, astfel încât $\frac{HA}{HB}=\frac{EB}{EC}=\frac{m}{n}$. Segmentele AE și CH se intersectează în punctul O. Aflați aria triunghiului AOC.

9.4. Aflați cel mai mic și cel mai mare numere naturale n, care satisfac ecuația $\left[\frac{n}{2}\right]-2\cdot\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]=2021$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x.

9.5. Demonstrați că pentru orice numere pozitive a, b, c are loc inegalitatea

$$\frac{a^4+b^4+c^4+16}{a^2b+b^2c+c^2a}\geq\frac{8}{3}.$$

Când are loc egalitatea?

Timp de lucru: 240 minute.
Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.
MULT SUCCES !

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 5 februarie 2022, Clasa a IX–a

9.1. Numerele reale a și b satisfac egalitatea $\frac{a^2b^2}{a^4-2b^4}=1$. Aflați toate valorile numerice posibile ale fracției $F=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

9.2 Arătați că nu există numere naturale n și k care verifică relația $k^3=4^n+2^n+1$.

9.3. Aria triunghiului ABC este egală cu S. Pe laturile AB și BC se iau punctele H și E respectiv, astfel încât $\frac{HA}{HB}=\frac{EB}{EC}=\frac{m}{n}$. Segmentele AE și CH se intersectează în punctul O. Aflați aria triunghiului AOC.

9.4. Aflați cel mai mic și cel mai mare numere naturale n, care satisfac ecuația $\left[\frac{n}{2}\right]-2\cdot\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]=2021$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x.

9.5. Demonstrați că pentru orice numere pozitive a, b, c are loc inegalitatea

$$\frac{a^4+b^4+c^4+16}{a^2b+b^2c+c^2a}\geq\frac{8}{3}.$$

Când are loc egalitatea?

Timp de lucru: 240 minute.
Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.
MULT SUCCES !