

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 5 февраля 2022 г., IX класс

9.1. Действительные числа a и b удовлетворяют равенству $\frac{a^2b^2}{a^4 - 2b^4} = 1$. Найдите все возможные

числовые значения дроби $F = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$.

9.2. Покажите, что не существуют натуральные числа n и k которые удовлетворяют соотношению $k^3 = 4^n + 2^n + 1$.

9.3. Площадь треугольника ABC равна S . На сторонах AB и BC выбраны точки H и E соответственно так, что $\frac{HA}{HB} = \frac{EB}{EC} = \frac{m}{n}$. Отрезки AE и CH пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOC .

9.4. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные числа n , удовлетворяющие уравнению

$$\left[\frac{n}{2}\right] - 2 \cdot \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] = 2021, \text{ где } [x] \text{ обозначает целую часть числа } x.$$

9.5. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{a^4 + b^4 + c^4 + 16}{a^2b + b^2c + c^2a} \geq \frac{8}{3}.$$

Когда выполняется равенство?

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 5 февраля 2022 г., IX класс

9.1. Действительные числа a и b удовлетворяют равенству $\frac{a^2b^2}{a^4 - 2b^4} = 1$. Найдите все возможные

числовые значения дроби $F = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$.

9.2. Покажите, что не существуют натуральные числа n и k которые удовлетворяют соотношению $k^3 = 4^n + 2^n + 1$.

9.3. Площадь треугольника ABC равна S . На сторонах AB и BC выбраны точки H и E соответственно так, что $\frac{HA}{HB} = \frac{EB}{EC} = \frac{m}{n}$. Отрезки AE и CH пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOC .

9.4. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные числа n , удовлетворяющие уравнению

$$\left[\frac{n}{2}\right] - 2 \cdot \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] = 2021, \text{ где } [x] \text{ обозначает целую часть числа } x.$$

9.5. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{a^4 + b^4 + c^4 + 16}{a^2b + b^2c + c^2a} \geq \frac{8}{3}.$$

Когда выполняется равенство?

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!