

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 7 февраля 2026 г., XI класс

11.1. Для каких значений параметра $a \in \mathbb{R}$ функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + (a + 6)x + 26$, является строго монотонной функцией на $\mathbb{R}$?

11.2. Найдите все значения параметра $a \in \mathbb{R}$, для которых функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} a^2x + a^2 + a & \text{для } x < 0, \\ 2 & \text{для } x = 0, \\ \sin x + 2 \cos x & \text{для } x > 0 \end{cases}$$

дифференцируема в $x = 0$.

11.3. Пусть x, y – вещественные числа такие, что $x, y \geq 0$ и $x + y \leq 1$. Докажите, что

$$\sqrt{x^2 + (1 - y)^2} + \sqrt{y^2 + (1 - x)^2} \leq 2.$$

Когда имеет место равенство?

11.4. Точка M находится внутри равностороннего треугольника ABC так, что $\angle BMC = 120^\circ$. Докажите, что $MA^2 + 2MB \cdot MC = AB^2$.

11.5. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение

$$\log_3(2^x + 1) = \log_2(3^x - 1).$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!