

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 07 februarie 2026, Clasa a XII-a

12.1. Fie funcția $f: [1; 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$. Determinați valoarea numerică a ariei subgraficului funcției f .

12.2. În piramida triunghiulară $VABC$ înălțimea VO trece prin punctul O - centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Se știe că $m(\angle VAC) = 60^\circ$, $m(\angle VCA) = 45^\circ$, iar ariile triunghiurilor AOB și ABC se raportează ca $1: (2 + \sqrt{3})$. Determinați măsura unghiului BVC .

12.3. Fie z_1, z_2 numere complexe nenule, astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_1 + z_2|$.

Calculați valoarea expresiei $A = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2026} + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{2026}$.

12.4. Determinați matricea A de ordinul 2 cu elemente reale, care verifică relația

$$A^3 - 6A^2 + 12A = \begin{pmatrix} -19 & 0 \\ 81 & -19 \end{pmatrix}.$$

12.5. Fie

$$I_n = \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1+x^2}{1+x^4} \arctg x \, dx, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES !