

## Olimpiada la matematică

etapa raională/municipală, 7 februarie 2026, Clasa a VII-a

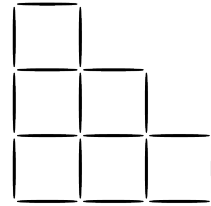
7.1. (a) Determinați toate perechile de numere reale pozitive  $(u, v)$  astfel încât

$$\begin{cases} u = 3v \\ 12u - v^2 = 324 \end{cases}$$

(b) Determinați toate perechile de numere întregi pozitive  $(p, q)$  astfel încât

$$\begin{cases} p = 3q \\ (75p)^q = q^p \end{cases}$$

7.2. Eva a realizat o scară cu 3 trepte folosind 18 chibrituri, așa cum se arată în imagine. De câte chibrituri are nevoie pentru a face o scară cu 150 de trepte?



7.3. La o serată, un magician îi cere unui participant să se gândească la un număr de trei cifre  $\overline{abc}$ , unde  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt cifre diferite de zero în sistemul zecimal, în această ordine. Apoi magicianul îi cere acestui participant să formeze numerele  $\overline{bca}$  și  $\overline{cab}$ , și să spună suma lor:  $N = \overline{bca} + \overline{cab}$ . Dacă i se spune valoarea lui  $N$ , magicianul poate ghici numărul inițial  $\overline{abc}$ . Imaginează-ți că ești magician și determină, cu explicație, numărul  $\overline{abc}$ , dacă  $N = 1074$ .

7.4. Fie dat un pătrat  $ABCD$ . În interiorul pătratului se ia un punct  $P$ , astfel încât triunghiul  $CPD$  să fie echilateral. Fie  $Q$  punctul de intersecție a segmentelor  $AC$  și  $PD$ . Demonstrați că triunghiul  $APQ$  este isoscel.

7.5. Un număr întreg pozitiv se numește *interesant*, dacă este produsul a exact două numere prime, nu neapărat distincte. De exemplu,  $9 = 3 \cdot 3$  și  $10 = 2 \cdot 5$  sunt două numere interesante consecutive. Care este cel mai mare număr posibil de numere interesante consecutive? Argumentați răspunsul.

**Timp de lucru: 240 minute.**

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. Mult succes!