

Олимпиада по математике

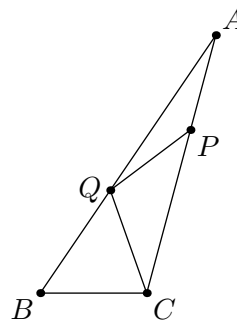
районный/муниципальный тур, 1 февраля 2025 года, VII класс

7.1. В поездку из Бухареста в Кишинев, Раду взял с собой некоторую сумму румынских лей. В городе он обменял их все, получив по 19 молдавских лей за каждые 5 румынских лей. После того как он потратил 504 молдавских лея, у него осталось та же сумма что и в начале поездки, но уже в молдавских леях. Сколько молдавских лей осталось у Раду?

7.2. В треугольнике ABC , точки P и Q лежат на сторонах AC и AB , соответственно, так что $AP = PQ = QC = BC$.

(а) Если дано, что $m(\angle BAC) = 25^\circ$, найдите $m(\angle ACB)$.

(б) Если дано, что $m(\angle ACB) = 98^\circ$, найдите $m(\angle BAC)$.



7.3. Все числа последовательности $\frac{11}{13}, \frac{13}{16}, \frac{15}{19}, \frac{17}{22}, \dots$, начиная со второго, образуются соблюдая одну и ту же арифметическую закономерность.

(а) Определите 2025-е число в заданной последовательности.

(б) Определите, если число равно $\frac{2025}{3037}$, находится в нашей последовательности.

(в) Докажите, что каждое следующее число в последовательности меньше предыдущего.

7.4. Натуральное число является *особенным*, если произведение его цифр равно 2025.

(а) Приведите пример особенного числа.

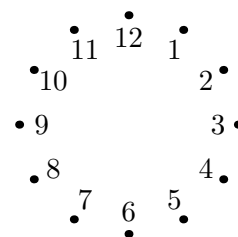
(б) Докажите, что не существует особенного числа, делящегося на 6.

(в) Определите наименьшее особенное число делящееся на 9.

7.5. На циферблате часов написаны двенадцать чисел: 1, 2, ..., 12.

(а) Если мы случайным образом на циферблате выбираем три разных числа, сколько разных троек чисел можно выбрать?

Например: тройки (1, 2, 12) и (12, 1, 2) считаются одной и той же тройкой чисел, а тройки (1, 2, 3) и (12, 1, 2) разными.



(б) Точки циферблата, соответствующие числам, являются вершинами правильного многоугольника с 12 сторонами (додекагон). При выборе трех точек мы можем построить треугольник с вершинами в данных точках. Сколько неконгруэнтных треугольников можно построить таким способом? Например, треугольники соответствующие тройкам (1, 2, 4) и (1, 2, 11) конгруэнтны.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. Желаем успехов!