

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, Clasa a IX-a

9.1. Determinați dacă există trei funcții de gradul doi care verifică fiecare dintre următoarele două condiții:

- 1) Graficul oricărei funcții are cel puțin un punct comun cu axa absciselor;
- 2) Graficul sumei oricăror două dintre aceste trei funcții nu are puncte comune cu axa absciselor.

Argumentați răspunsul.

9.2. Determinați dacă numărul $a = 2024^2 + 2025^2 + 2024^2 \cdot 2025^2$ este pătrat perfect.

9.3. Fie ABC un triunghi în care $AC = 2AB$. Pe latura BC se consideră două puncte D și E , astfel încât $[BD] \equiv [DE] \equiv [EC]$. Arătați că triunghiul BME este dreptunghic.

9.4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 32x + 240$. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația
$$f(f(f(x))) = 0.$$

9.5. Fie a, b și c trei numere reale pozitive, astfel încât

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2a + 2b + 2c.$$

Demonstrați că

$$a + b + c \geq 6abc.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES !