

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 1 февраля 2025 г., IX класс

9.1. Существуют ли такие три функции степени 2, что для них выполняется каждое из следующих двух условий:

- 1) график любой из функций имеет хотя бы одну общую точку с осью абсцисс;
- 2) график суммы любых двух из этих трех функций не имеет общих точек с осью абсцисс.

Аргументировать ответ.

9.2. Докажите, что число $a = 2024^2 + 2025^2 + 2024^2 \cdot 2025^2$ есть полный квадрат.

9.3. Пусть в треугольнике ABC верно, что $AC = 2AB$. На стороне BC рассматриваются две точки D и E такие, что $[BD] \equiv [DE] \equiv [EC]$. Покажите, что треугольник BME прямоугольный.

9.4. Рассматривается функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 32x + 240$. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение
$$f(f(f(x))) = 0.$$

9.5. Пусть a, b и c – три положительных числа из $\mathbb{R}$ такие, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2a + 2b + 2c.$$

Докажите, что

$$a + b + c \geq 6abc.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!